|  |  |
| --- | --- |
| hMercredi 06 mars 2013  | **Devoir de Synthèse n°02** |
| Durée :3 heures |
| **Mr**  **Ouled Belgacem Farouk**Lycée Maknassi \*\*4tech 2  | **Mr Yahyaoui Ridha** **Mme Latifa Guith**Lycée Sahline \*\*4tech 1 ,2 et3 |  **Mr Chaouch Faouzi** **Mr Chortani** Lycée Bembla \*\* 4 Tech 1 + 3 |

**Exercice1 (3 points)**

Pour chacune des trois questions, une seule des trois propositions est exacte.

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

En justifiant votre réponse

L’espace est rapporté à un repère orthonormé.

On considère les points A(3 ; 1 ; 3) et *B*(*−*6 ; 2 ; 1).

Le plan *P* admet pour équation cartésienne *x +*2*y +*2*z =* 5.

1)La sphère de centre *B* et de rayon 1 :

a. coupe le plan *P* suivant un cercle ; b. est tangente au plan *P* ; c. ne coupe pas le plan *P.*

2) On considère la droite *D* de l’espace passant par *A* et de vecteur directeur et la droite *D’* d’équations paramétriques. Les droites *D* et *D’* sont :

a. parallèles ; b. sécantes  c. non coplanaires.

3) L’ensemble des points *M* de l’espace équidistants des points *A* et *B* est :

a. la droite d’équation paramétrique ,

b. le plan d’équation cartésienne 9*x − y +*2*z +*11 *=* 0,

c. le plan d’équation cartésienne *x +*7*y − z −*7 *=* 0.

**Exercice 2 ( 5 points)**

L’espace est muni d’un repère orthonormé direct

On considère les points A (6, 0, 0) , B (0, 6, 0), C (0, 0, 6) et D (– 2, −2, – 2).

1)a) Déterminer les composantes du vecteur **(1point)**

b) Déduire que les points A, B et C déterminent un plan P dont une équation cartésienne est :**(0.5point)**

c) Montrer que ABCD est un tétraèdre et calculer sont volume**(0.5 +0.5point)**

3)a) Montrer que la droite (OD) est perpendiculaire au plan P. **(0.5point)**

b) Donner une équation paramétrique de la droite (OD) **(0.5point)**

c) Soit H le projeté orthogonal du point O sur le plan P. Vérifier que H a pour coordonnées (2, 2,2) **(0.5point)**

4) Soit S la sphère de centre D et passante par A

a)Calculer le rayon de S **(0.5point)**

b) Montrer que la sphère S coupe le plan P suivant le cercle C circonscrit au triangle ABC **(0.5point)**

c)Montrer que H est le centre de C. **(0.5point)**

**Exercice 3( 6 points)**

I)Soit la fonction définie sur , par : dont le tableau de variation est le suivant

|  |  |
| --- | --- |
|  | −∞ 0 +∞ |
|  | +∞ +∞ (0) |

1) Calculer (0) **(0.25point)**

2) En déduire le signe de **(0.5point)**

II)On considère la fonction définie sur  par : .

On appelle C sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé 

b) Dresser le tableau des variations de *f*. **(0.5point)**

3)Montrer que réalise une bijection de ℝ sur un intervalle J que l’on précisera. **(0.5point)**

On note C ’ la courbe de la fonction réciproque de

4) a) Démontrer que la droite D d'équation *y = x +* 2 est une asymptote à C au voisinage de +∞. **(0.5point)**

b) Étudier la position relative de C par rapport à D. **(0.5point)**

c)Montrer que C admet une branche parabolique que l’on précisera au voisinage de −∞**(0.5point)**

5) Tracer D ,Cet C ’ dans le repère **(0.25+0.75+0.5point)**

**Exercice 4(6 points)**

La courbe C ci dessous représente une fonction définie sur  ; les droites d’équations

 et étant des asymptotes a cette courbes



1)En utilisant le graphique , déterminer :

b)Le tableau de variation de . **(0.5point)**

b) Calculer en fonction de **(0.25+0.25point)**

c) En déduire l’expression de **(0.5point)**

II)Soit la fonction définie sur ℝ par

1)Montrer que pour tout réel on a :

b)Montrer que pour tout réel on a : puis dresser le tableau de variation de **(0.5+0.5point)**

d)Montrer que l’équation admet dans une unique solution α et que 1<α<1.5**(0.5point)**

|  |  |
| --- | --- |
| Mercredi 06 mars 2013  | **Correction** |
| Durée :3 heures |
| **Mr**  **Ouled Belgacem Farouk**Lycée Maknassi \*\*4tech 2  | **Mr Yahyaoui Ridha** **Mme Latifa Guith**Lycée Sahline \*\*4tech 1 ,2 et3 |  **Mr Chaouch Faouzi** **Mr Chortani** Lycée Bembla \*\* 4 Tech 1 + 3 |

**Exercice 1**

2) On considère la droite *D* de l’espace passant par *A* et de vecteur directeur et la droite *D’*

*Vecteur directeur de D et Vecteur directeur de D*

*parallèles*

3) L’ensemble des points *M* de l’espace équidistants des points *A* et *B* est :

On pose M

Remarque

 l’ensemble des points M de l’espace équidistants des points *A* et *B* est appelé le plan médiateur de segment ,donc on peut déterminer d’une autre façon l’équation de ce plan

On pourra remarquer que le milieu du segment est un point de ce plan, dont est un vecteur normal

**Exercice 2**

1)a)

b) alors les points A, B et C déterminent un plan P

 est un vecteur normale de P⟹ une équation cartésienne de P est de la forme

Comme A∈ P on a : ⇒

Autrement : On peut vérifier facilement que D n’apparient pas au plan P

 ⟹la droite (OD) est perpendiculaire au plan P.

b)

4) Soit S la sphère de centre D et passante par A

a)Le rayon de S est

b) alors :

A ∈S∩P, B∈S∩P et C ∈S∩P donc la sphère S coupe le plan P suivant le cercle C circonscrit au triangle ABC

Donc que H est le centre de C.

**Exercice 3**

I)1) (0)=2

2)

b) Tableau des variations de *f*.

|  |  |
| --- | --- |
|  | −∞ +∞ |
|  | + |
|  |  +∞−∞  |

3)

Donc droite D : *y = x +* 2 est une asymptote à C au voisinage de +∞.

b) Position relative de C par rapport à D.

|  |  |
| --- | --- |
|  | −∞ 0 +∞ |
|  |  − 0 + |
| position relative de C par rapport à D. | C au dessous de D C ∩ D C au dessus de D = |

C admet une branche parabolique de direction l’axe des ordonnées au voisinage de −∞

5)



**Exercice 4**

b)Le tableau de variation de .

|  |  |
| --- | --- |
|  | 0 1 +∞ |
|  |  2  −∞ 1 |

b)

b)

|  |  |
| --- | --- |
|  | −∞ 0 +∞ |
|  |  + 0 − |
|  |  2  1 −∞ |

La courbe de g admet une branche parabolique de direction l’axe des ordonnées au voisinage de +∞

d) continue strictement décroissante sur

### D’après le théorème des valeurs intermédiaires  l’équation admet dans une unique solution α telque que 1<α<1,5